Übungsblatt 14

Fehlerrechnung

JOHANNES GUTENBERG-UNIVERSITÄT MAINZ Mathematischer Brückenkurs Sommersemester 2025

Aufgabe 1: Fuhrpark

Vorlesung: Prof. Dr. Sonia Bacca

Eine Firma hat einen Fuhrpark mit 300 Fahrzeugen. Von diesen Fahrzeugen sind 15 weniger als ein Jahr alt, 36 zwischen ein und zwei, 79 zwischen zwei und vier, 71 zwischen vier und sechs und 99 zwischen sechs und zehn Jahren alt. Da nichts weiter bekannt ist, nehme man an, dass die Fahrzeuge jeweils ein Alter haben, das in der Mitte des angegebenen Intervalls liegt.

- 1. Wie alt sind die Fahrzeuge im Mittel?
- 2. Wie groß ist die Standardabweichung der Altersverteilung?
- 3. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei zufälliger Wahl ein Fahrzeug zu erhalten, das jünger als vier Jahre ist?

Aufgabe 2: Fehlerfortpflanzung I

Die Länge der ungleichen Seiten eines Rechtecks wurden zu $l_1 = (5.0 \pm 0.5)$ mm und $l_2 = (10.0 \pm 0.2)$ cm gemessen. Berechnen Sie Umfang (U) und Fläche (F) unter der Annahme, dass die Fehler nur statistischer Natur sind:

- 1. $U = (\pm)$ cm
- 2. $F = (\pm) \text{ cm}^2$

Aufgabe 3: Mittelwert

Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

den Mittelwert μ hat.

Hinweis 1: Das Integral von $-\infty$ bis $+\infty$ von Funktionen die punktsymmetrisch um den Ursprung sind ist 0.

Hinweis 2:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Aufgabe 4: Fehlerfortpflanzung II

Die Schwingungsdauer T eines (reibungsfrei schwingenden) Federpendels hängt wie folgt von der Federkonstanten D und der Schwingungsmasse m ab:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Misst man T und m, so lässt sich D rechnerisch ermitteln. Wie ergibt sich der Fehler der Größe D aus den Messungenauigkeiten von T und m?

Aufgabe 5: Fehlerfortpflanzung III

Zur Bestimmung des Durchmessers eines Kupferdrahtes misst man die Dichte $\rho=(8,80\pm0,05)$ g/cm³, die Masse $m=(0,0236\pm0,0001)$ g und die Länge $l=(96,0\pm0,2)$ cm.

- 1. Wie groß ist der Mittelwert des Drahtdurchmessers?
- 2. Wie groß ist die Messunsicherheit des Mittelwerts des Drahtdurchmessers? Welche Unsicherheit gibt den größten Beitrag?
- 3. Wie lautet die vollständige Angabe der Messung des Drahtdurchmessers?