Aufgabe 1: Grenzwerte: Satz von de l'Hospital

Verwenden Sie den Satz von de l'Hospital, um folgende Grenzwerte zu bestimmen:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^x}{x}$ (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x}$
(b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ (f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4}{e^x}$
(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$ (g) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x - a}{x^2 - a^2}$
(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 2x - 1}{4x^2 + 3}$ (h) Bonus: $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$

Aufgabe 2: Taylorentwicklungen

Entwickeln Sie folgende Funktionen jeweils in eine Taylorreihe um den angegebenen Punkt. Bei (a) reicht eine Entwicklung bis zur zweiten Ordnung. Versuchen Sie in den anderen Aufgaben, so weit zu "Taylorn" bis Sie eine Regelmäßigkeit erkennen können und geben Sie diese als Reihe an:

- (a) $f(110) = \sqrt{110}$ $x_0 = 100$ (d) $f(x) = \ln(1 + x)$ $x_0 = 0$
(b) $f(x) = \sin(x)$ $x_0 = 0$ (e) $f(x) = \frac{1}{1 + x}$ $x_0 = 1$
(c) $f(x) = e^x$ $x_0 = 0$ (f) $f(x) = t^x$, $t > 0$ $x_0 = 0$