

Übungsblatt 7

zum Mathematischen Brückenkurs für Naturwissenschaftler:innen im Wintersemester 2023/24

Dozent: Apl.Prof. Dr. G. von Hippel

1. Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Bestimmen Sie für folgende Funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow [0; \infty)$ jeweils den Wert, den die Konstante Z annehmen muss, damit $p(x) = \frac{1}{Z}f(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsdichte ist. Bestimmen Sie ferner jeweils den Erwartungswert und die Varianz dieser Wahrscheinlichkeitsdichte.

1. $f(x) = e^{-|x|}$

2. $f(x) = e^{-x^2}$

3. $f(x) = e^{-(x-a)^2}$

4. $f(x) = x^2 e^{-x^2}$

5. $f(x) = x^2 e^{-(x-a)^2}$

6. $f(x) = \frac{1}{(x^2+a^2)^2}$

7. $f(x) = \frac{1}{(2a^2-2ax+x^2)^2}$

8. $f(x) = |x|e^{-|x|}$

9. $f(x) = (x + |x|)e^{-x^2/(2\xi^2)}$

10. $f(x) = \frac{x+|x|}{2x}e^{-\lambda x}$

11. $f(x) = e^{-(\mu - \log|x|)^2/2}$

12. $f(x) = \frac{1}{1+\beta^2(x-\alpha)^2}$

2. Messreihen

Bestimmen Sie jeweils den Mittelwert und die Varianz der folgenden Messreihen. Bestimmen Sie ferner den mittleren Fehler des Mittelwerts.

1. 3, 5, 3, 2, 2

2. 4, 6, 4, 2, 4, 6, 1, 1, 2, 2

3. 5, 3, 4, 2, 6, 1, 6, 2, 1, 3, 2, 5, 2, 2, 3, 2, 1, 5, 3, 5

4. 2, 19, 15, 14, 19, 18, 1, 4, 11, 3

5. 4, 4, 1, 1, 9, 9, 9, 9, 4, 4, 9, 9

6. 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0

7. 0.83, 0.25, 0.86, 0.67, 0.49, 0.01, 0.51, 0.61, 0.65, 0.09, 0.59, 0.87

8. 0.614, 0.543, 0.654, 0.667, 0.114, 0.812, 0.359, 0.935, 0.696, 0.268, 0.430, 0.007, 0.630, 0.992, 0.329, 0.571, 0.145, 0.775, 0.467, 0.041

9. 0.709, 0.554, 0.833, 2.066, 2.428, 0.412, 2.132, 0.956, 0.689, 1.372

10. 0, 0, 9, 0, 9, 0, 0, 0, 0, 6, 6, 8, 0, 8, 0, 7, 0, 5, 0, 0, 6, 6, 9, 5, 0, 7, 5, 6, 5, 0, 0, 0, 0, 9, 6, 0, 0, 9, 0, 0, 0, 8, 9, 0, 8, 0, 0, 0, 0

3. Fehlerfortpflanzung

Bestimmen Sie jeweils den Fehler folgender abhängiger Größen, wenn für die unabhängigen Größen x , y , z jeweils die Ergebnisse verschiedener Messreihen aus der vorangehenden Aufgabe eingesetzt werden.

1. $f(x, y) = x + y$

2. $f(x, y) = x - y$

3. $f(x, y) = xy$

4. $f(x, y) = x/y$

5. $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

6. $f(x, y) = x^y$

7. $f(x, y) = e^{x-y}$

8. $f(x, y) = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

9. $f(x, y, z) = xy + yz - xz$

10. $f(x, y, z) = (y - x)^2/z^2$

11. $f(x, y, z) = \sin(xy + z)$

12. $f(x, y, z) = \frac{x^2 - y^2 + 2xyz}{z^2 + xy}$