Übungsblatt 7
Theoretische Physik 3: QM WS2022/2023
Dozent: Prof. Dr. M. Vanderhaeghen

07.12.2022

Aufgabe 1. Energie-Zeit Unschärferelation (60 Punkte)

Gegeben sei ein Teilchen innerhalb eines unendlichen Potentialtopfs:

$$V\left(x\right)=\begin{cases}0, & 0\leq x\leq l\\ +\infty, & \text{sonst}\end{cases}$$

Mit der Anfangswellenfunktion als Überlapp des ersten und zweiten angeregten Eigenzustandes:

$$\Psi(x,0)=A\left(\Psi_2\left(x\right)+\Psi_3\left(x\right)\right)$$

a) *(45 p.)* Berechne σ_H, σ_x und $d\langle x\rangle/dt$.

b) *(15 p.)* Überprüfe ob die Energie-Zeit Unschärferelation gilt.

Aufgabe 2. Koheränte Zustände (40 Punkte)

a) *(5 p.)* Zeige, dass die Eigenzustände $|\alpha\rangle$ des Vernichtungsoperators $\hat{a}$ in der folgenden Form dargestellt werden kann:

$$|\alpha\rangle=e^{-|\alpha|^2/2}e^{\alpha\hat{a}^\dagger}|0\rangle$$

b) *(15 p.)* Zeige, dass diese Zustände zwar normalisierbar aber nicht orthogonale Zustände sind. *Tip*: eventuell ist die Verwendung der Baker-Campbell-Hausdorff Formel hilfreich:

$$e^{\hat{A}}e^{\hat{B}}=e^{\left[\hat{A},\hat{B}\right]}e^{\hat{B}}e^{\hat{A}}$$

c) *(20 p.)* Der harmonische Oszillator Hamiltonian kann in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\hat{E}=\hbar\omega\left(\hat{n}+\frac{1}{2}\right);\quad \hat{n}=\hat{a}^\dagger\hat{a}$$

Berechne den Erwartungswert $\hat{n}$ eines Zustandes $|\alpha\rangle$, und entsprechend σ_n und:

$$P\left(n\right)=\left|\langle\alpha|n\rangle\right|^2$$

Was die Wahrscheinlichkeit einen Zustand $|\alpha\rangle$ mit Energie E_n anzutreffen.

d) *(15 p.)* (*Bonus*) Zeige dass der Erzeugungsoperator $\hat{a}^\dagger$ keine physikalischen Eigenzustände besitzt.