

Übungsblatt 4
zur Vorlesung
"Theorie III - Quantenmechanik"
im Wintersemester 2020/21

Dozent: Univ.-Prof. Dr. Hartmut H. Wittig

Oberassistent: Alexander Segner

Abgabe: Mittwoch, 24.11.2021, 12:00,
im Foyer des Instituts für Kernphysik.

1. *Der unendlich hohe Potentialtopf* (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie den unendlich hohen Potentialtopf mit

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

behandelt. Gibt es Lösungen der Schrödingergleichung mit negativer Energie zu diesem Potential?

2. *Lösungen zum δ -Potential*

Gegeben sei das Potential

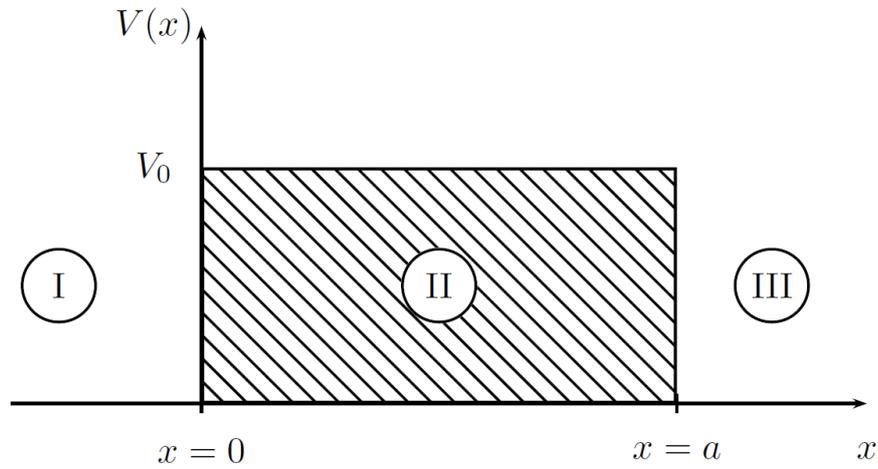
$$V(x) = -V_0\delta(x) \quad \text{mit } V_0 > 0.$$

- (a) (1 Punkt) Bestimmen Sie die (normierbaren) Lösungen der stationären Schrödingergleichung für den Fall $E < 0$.
- (b) (1 Punkt) Berechnen Sie $\lim_{\varepsilon \downarrow 0} (\psi'(\varepsilon) - \psi'(-\varepsilon))$ in Abhängigkeit von V_0 .
- (c) (1 Punkt) Berechnen Sie die Energie des Systems.
- (d) (3 Punkte) Berechnen Sie für den Fall einer einlaufenden Welle und $E > 0$ die Stromdichten der einlaufenden (j_E), reflektierten (j_R) und transmittierten Welle (j_T).
- (e) (1 Punkt) Berechnen Sie $R := \left| \frac{j_R}{j_E} \right|$ und $T := \left| \frac{j_T}{j_E} \right|$ und zeigen Sie, dass $R + T = 1$.

3. *Rechteckpotential und Tunneleffekt*

Ein Teilchen laufe aus der Richtung $x = -\infty$ gegen das Potential

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$



- (a) (6 Punkte) Bestimmen Sie die Lösungen der stationären Schrödingergleichung in den drei Bereichen (siehe Skizze). Wählen Sie für alle Bereiche den Ansatz

$$\psi_l(x) = A_l e^{ik_l x} + B_l e^{-ik_l x}$$

und unterscheiden Sie die Fälle $E > V_0$ und $E < V_0$. Skizzieren Sie die Lösung für $E < V_0$.

Hinweis: Nutzen Sie die Stetigkeit der Wellenfunktion und ihrer ersten Ableitung, sowie den Fakt, dass das Teilchen sich nur in eine Richtung ausbreitet, um Bedingungen für die Koeffizienten A_l und B_l zu erhalten.

- (b) (3 Punkte) Berechnen Sie die Stromdichten der einlaufenden (j_E), reflektierten (j_R) und transmittierten (j_T) Welle. Berechnen Sie weiterhin die Verhältnisse

$$R = \left| \frac{j_R}{j_E} \right|, \quad T = \left| \frac{j_T}{j_E} \right|$$

und zeigen Sie, dass $T + R = 1$.