

Name:

Gruppe:

Bearbeitungszeit:

1	2	Σ
---	---	----------

Theoretische Physik 2 (M. Ed.) – Übung 1

1. [5, 5] Drücken Sie die im Folgenden beschriebenen Ladungsverteilungen als dreidimensionale Ladungsdichten $\rho(\vec{x})$ mittels Dirac'scher Deltadistributionen in geeigneten Koordinaten aus.
 - a) Eine Gesamtladung Q sei gleichförmig über eine Kugelschale mit Radius R verteilt.
 - b) Eine Ladung λ pro Einheitslänge l_0 sei gleichförmig über einen unendlich langen Zylindermantel mit Radius b verteilt.

2. [9, 6, 5, 5, 5] Als einfaches Modell eines Wasserstoffatoms betrachten wir einen homogen positiv geladenen Kern mit einer negativ geladenen Elektronenwolke, die wir als Oberflächenladungsverteilung auf einer Kugelschale approximieren wollen.
 - a) Gegeben sei eine homogen geladene Kugel mit Radius $a > 0$ und Ladung q (eine positive Elementarladung).
 - i. Drücken Sie mit Hilfe der Sprungfunktion die Ladungsverteilung ρ_1 in Kugelkoordinaten aus.
 - ii. Für das elektrische Feld gilt $\vec{E}_1(\vec{x}) = E_{1r}(r)\hat{e}_r$ mit $r = |\vec{x}|$ und $\hat{e}_r = \vec{x}/r$. Berechnen Sie $E_{1r}(r)$ mit Hilfe des Gauß'schen Gesetzes für $r \leq a$ und $r \geq a$.
 - iii. Berechnen Sie das Potenzial $\Phi_1(\vec{x}) = \phi_1(r)$ unter den Randbedingungen, dass $\phi_1(r)$ im Unendlichen verschwindet und an der Grenzfläche $r = a$ stetig ist.
 - b) Als Abschirmung des Kerns durch die Elektronenwolke sei die Ladung $-q$ gegeben, die homogen auf einer Kugeloberfläche mit Radius $b \gg a$ verteilt sei.
 - i. Drücken Sie mit Hilfe der Deltadistribution die Ladungsverteilung ρ_2 in Kugelkoordinaten aus.
 - ii. Berechnen Sie die Feldstärke $E_{2r}(r)$ der Elektronenschale für $r < b$ und $r > b$. Bestimmen Sie das Potenzial $\phi_2(r)$ der Elektronenschale im gesamten Raum ($0 \leq r < \infty$) unter den Randbedingungen, dass $\phi_2(r)$ im Unendlichen verschwindet und an der Grenzfläche $r = b$ stetig ist.

- c) Bestimmen Sie E_r und ϕ des Atoms im gesamten Raum und skizzieren Sie jeweils den Verlauf. Ist E_r überall stetig?
- d) Bestimmen Sie die elektrostatische Energie des Systems:
$$W = \frac{1}{2} \int d^3x \rho(\vec{x}) \Phi(\vec{x}).$$
- e) Nennen Sie jeweils mindestens zwei Eigenschaften von Atomen, die in dem hier verwendeten Modell richtig beschrieben beziehungsweise noch nicht erfasst sind. Auf welche Elemente trifft dieses Modell am besten zu?