S. Scherer 29. Oktober 2019

Theoretische Physik 2 (M.Ed.) WiSe 2019/2020
Präsenzübung 2

1. Es sei f eine Funktion, die nur einfache Nullstellen besitzt, die wir mit x_i bezeichnen. Dann gilt

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{1}{\left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}(x_i)\right|}\delta(x - x_i),$$

wobei über die einfachen Nullstellen summiert wird. Zeigen sie nun

$$\delta(\cos(x)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - (2n+1)\frac{\pi}{2}\right).$$

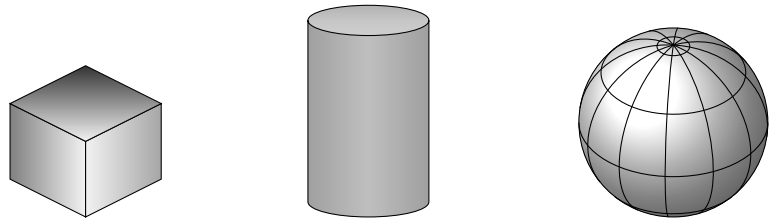
2. Gegeben sei eine unendlich dünne, homogen geladene Kreisscheibe mit Radius R und Gesamtladung Q. Die Kreisscheibe liege in der (x, y)-Ebene mit dem Kreismittelpunkt im Ursprung. Drücken Sie die Ladungsverteilung mit Hilfe der Sprung- und der Deltafunktion in Zylinder- und in Kugelkoordinaten aus.

3. Es sei $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie

$$\int_0^\pi \mathrm{d}\theta \sin(\theta)\big(\cos(\theta)\big)^n = \begin{cases} \frac{2}{n+1} & \text{für gerades } n, \\ 0 & \text{für ungerades } n. \end{cases}$$

Tipp: Verwenden Sie die Substitution $x = \cos(\theta)$.

4. Benennen Sie die Normalen-Einheitsvektoren $\hat{n}$ der sichtbaren Flächen folgender Körper und zeichnen Sie diese ein:



5. Es sei $\vec{V}(\vec{x})$ ein stetig differenzierbares Vektorfeld. Berechnen Sie die Divergenzen von

   a) $\vec{V}(\vec{x}) = \vec{x} = x\hat{e}_x + y\hat{e}_y + z\hat{e}_z$,

b) $\vec{V}(\vec{x}) = \hat{e}_x$,

c) $\vec{V}(\vec{x}) = x\hat{e}_x$,

sowie die Rotationen von

d) $\vec{V}(\vec{x}) = -y\hat{e}_x + x\hat{e}_y$,

e) $\vec{V}(\vec{x}) = x\hat{e}_y$,

und skizzieren Sie die Vektorfelder.