Name:

Gruppe:

Bearbeitungszeit:

1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$

Theoretische Physik 1 (B. Ed.) – Übung 3

1. $[3, 1]$ Zylinderkoordinaten
   a) Fertigen Sie eine Skizze für die Beschreibung eines Vektors in Zylinderkoordinaten an und drücken Sie die kartesischen Koordinaten x, y und z jeweils durch die Zylinderkoordinaten ρ, z und ϕ aus.
   b) Geben Sie das dreidimensionale Volumenelement $\mathrm{d}V$ in Zylinderkoordinaten an (nicht berechnen).
2. $[3]$ Wie lauten die Drehmatrizen für eine aktive Drehung in drei Dimensionen um die x-Achse mit den Drehwinkeln $\varphi = 30°$, $45°$ und $60°$?
3. $[1, 2]$
   a) Wie lautet die Matrix S für eine Spiegelung an der (x, y)-Ebene?
   b) Schreiben Sie diese als Produkt einer eigentlichen Drehung D und einer Paritätstransformation P. Um welche eigentliche Drehung handelt es sich?
4. $[3]$ Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} \\ 0 & \frac{1}{2}\sqrt{2} & -\frac{1}{2}\sqrt{2} \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

   Handelt es sich dabei um eine eigentliche Drehung?
5. $[1, 1, 1, 1, 1]$ Gegeben sei ein Inertialsystem mit einem zeitunabhängigen kartesischen Koordinatensystem. Welche der folgenden durch die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ beschriebenen Bewegungen eines Massenpunktes erfolgen kräftefrei? Begründen Sie Ihre Antwort mathematisch.
   a) $\vec{r}(t) = (x_0, 0, 0)$
   b) $\vec{r}(t) = (0, 0, v_z t)$
   c) $\vec{r}(t) = (v_x t + x_0, v_y t + y_0, 0)$
   d) $\vec{r}(t) = (0, 0, -\frac{1}{2} g t^2)$
   e) $\vec{r}(t) = (x_0 \cos(\omega t), 0, 0)$

6. $[5, 5, 5]$ Zeigen Sie mit Hilfe von

$$\epsilon_{klm}\epsilon_{kqr} = \delta_{lq}\delta_{mr} - \delta_{lr}\delta_{mq}$$

die Relationen

a) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{a} = (\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}$,

b) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\,(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}\,(\vec{a} \cdot \vec{b})$,

c) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{c} \times \vec{d}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\,(\vec{b} \cdot \vec{d}) - (\vec{a} \cdot \vec{d})\,(\vec{b} \cdot \vec{c})$.

Die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d} \in \mathbb{R}^3$ sind hierbei beliebig. Verwenden Sie die Summenkonvention: Über doppelte Indizes wird summiert, z.B.: $\sum_{k=1}^{3} \epsilon_{klm}\epsilon_{kqr} \equiv \epsilon_{klm}\epsilon_{kqr}$.

Hinweis: Achten Sie zur korrekten Interpretation auf skalare und vektorielle Größen sowie Skalarproduktpunkte.

7. $[2, 2]$ Gegeben sei ein Teilchen der Masse m, das sich kräftefrei bewegt. Geben Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ für folgende Randbedingungen an:

a) $\vec{r}(t_1) = \vec{r}_1$ und $\vec{r}(t_2) = \vec{r}_2$,

b) $\vec{r}(t_1) = \vec{r}_1$ und $\dot{\vec{r}}(t_1) = \vec{v}_1$.

8. $[3]$ Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{1+x}$ für $|x| < 1$ um $x_0 = 0$ bis Terme einschließlich der Ordnung $\mathcal{O}(x^3)$.