

Name:

 Σ Gruppe:

Theoretische Physik 1 (B. Ed.) – Präsenzübung 1

1. Sphärische- oder Kugelkoordinaten
 - a) Drücken Sie die kartesischen Koordinaten x , y und z durch die Kugelkoordinaten r , θ und ϕ aus.
 - b) Beschreiben Sie die Kugelkoordinaten r , θ und ϕ durch die kartesischen Koordinaten x , y und z .
 - c) Wie lautet das dreidimensionale Volumenelement dV in
 - i. kartesischen Koordinaten,
 - ii. Kugelkoordinaten?
2. Gegeben seien sowohl das Kronecker-Delta δ_{ij} mit

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

als auch das Levi-Civita-Symbol ε_{ijk} mit

$$\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{für } \{i, j, k\} \text{ gerade Permutation von } \{1, 2, 3\} \\ -1 & \text{für } \{i, j, k\} \text{ ungerade Permutation von } \{1, 2, 3\} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Darüber hinaus gelte die Summenkonvention $\sum_{i=1}^3 A_i B_i \equiv A_i B_i$ (über doppelt auftretende Indizes wird summiert).

Weiterhin seien die Vektoren \vec{a} und \vec{b} in ihrer Koordinatendarstellung bezüglich der kanonischen Basis $\{\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3\}$ gegeben:

$$\vec{a} = a_i \hat{e}_i = (a_1, a_2, a_3), \quad \vec{b} = b_i \hat{e}_i = (b_1, b_2, b_3).$$

- a) Wie lautet das Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b}$?
- b) Wie lautet das Vektorprodukt $\vec{a} \times \vec{b}$?
- c) Wie lautet der Entwicklungssatz für das doppelte Vektorprodukt $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$?
- d) Drücken Sie folgenden Terme mit dem Epsilon-Tensor aus:

- i. $\hat{e}_i \times \hat{e}_j$,
- ii. $\hat{e}_i \cdot (\hat{e}_j \times \hat{e}_k)$,
- iii. $\hat{e}_i \times (\hat{e}_j \times \hat{e}_k)$,
- iv. $\vec{a} \times \vec{b}$.

3. □ (Dreh-) Matrizen

- a) Bestimmen Sie die zu folgender Koordinatentransformation (aktive Drehung um die x -Achse mit Drehwinkel φ) gehörige Drehmatrix D :

$$\begin{aligned}x' &= x, \\y' &= \cos(\varphi)y - \sin(\varphi)z, \\z' &= \sin(\varphi)y + \cos(\varphi)z.\end{aligned}$$

- b) Gegeben seien zwei reelle 3×3 -Matrizen A und B mit Einträgen A_{ij} und B_{ij} . Wie lautet der Eintrag C_{ij} des Produktes $C = AB$?

4. □ Komplexe Exponentialfunktion

- a) Wie lautet der Zusammenhang zwischen e^{ix} , $\sin x$ und $\cos x$?
b) Zeigen Sie explizit, dass $e^{ix}e^{iy} = e^{i(x+y)}$.

5. □ Geben Sie die Definition der Taylorreihe einer Funktion $f = f(x)$ um den Punkt $x = x_0$ an. Entwickeln Sie e^x um $x_0 = 0$.6. □ Gegeben sei ein skalares Feld $V(\vec{x})$ sowie ein Vektorfeld $\vec{A}(\vec{x})$.

- a) Wie sind $\vec{\nabla}V(\vec{x})$ und $\Delta V(\vec{x})$ in kartesischen Koordinaten definiert?
b) Bestimmen Sie $\vec{\nabla}V(\vec{x})$ für $V(\vec{x}) = \vec{k} \cdot \vec{x}$ und $V(\vec{x}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}}$ mit $\vec{k} = \text{konstant}$.
c) Wie sind $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{x})$ und $\vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{x})$ in kartesischen Koordinaten definiert?