	1	2	3	4	$\sum$

Name:

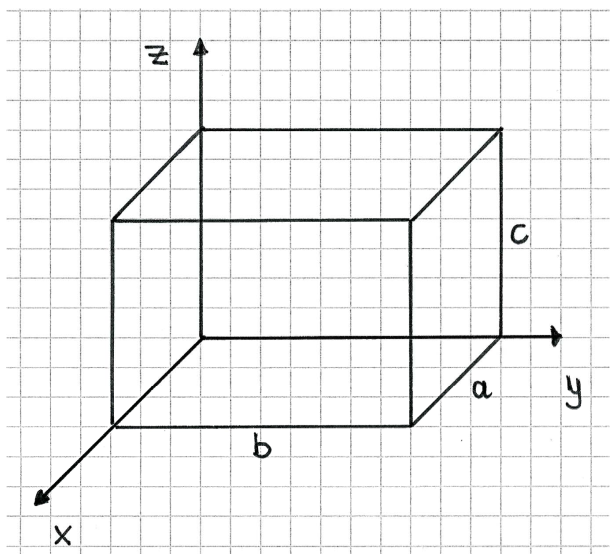
Übungsgruppe:

Bearbeitungszeit:

S. Scherer und H. C. Lange Abgabe: 22. Dezember 2017

Mathematische Rechenmethoden 2 (B.Ed.) WiSe 2017/2018
Übung 9

1. **[11]** Gegeben sei folgender Quader,



,

und das Vektorfeld

$$\vec{V}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 2xy+z \\ z^2 \\ x+y^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie den Fluss $\Phi = \oint_F \vec{V} \cdot \mathrm{d}\vec{F}$ durch die Oberfläche des Quaders.

2. **[9]** Bestimmen Sie die Gradienten der folgenden Funktionen:

$$f(x,y,z) = x^2 + y^3 + z^4,$$
$$f(x,y,z) = x^2 y^3 z^4,$$
$$f(x,y,z) = e^x \sin(y)\ln(z).$$

3. Wir möchten die Kettenregel anhand der ebenen Polarkoordinaten

$$x = x(\rho,\varphi) = \rho\cos(\varphi), \quad y = y(\rho,\varphi) = \rho\sin(\varphi)$$

überprüfen. Gegeben sei eine differenzierbare Funktion $f = f(x,y)$. Wir definieren

$$g(\rho,\varphi) := f(x(\rho,\varphi), y(\rho,\varphi)).$$

Als konkretes Beispiel betrachten wir

$$f(x,y) = x + 2y + 3xy.$$

(a) **[2]** Bestimmen Sie $g(\rho,\varphi)$.

(b) **[4]** Berechnen Sie mithilfe von $g(\rho,\varphi)$ aus (a) die partiellen Ableitungen $\frac{\partial g}{\partial \rho}$ und $\frac{\partial g}{\partial \varphi}$.

(c) **[4]** Verwenden Sie nun die Kettenregel

$$\frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial x}{\partial \rho}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \rho}\frac{\partial}{\partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{\partial x}{\partial \varphi}\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \varphi}\frac{\partial}{\partial y},$$

d. h.

$$\begin{aligned}\frac{\partial g}{\partial \rho} &= \frac{\partial x}{\partial \rho}\frac{\partial f(x(\rho,\varphi),y(\rho,\varphi))}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \rho}\frac{\partial f(x(\rho,\varphi),y(\rho,\varphi))}{\partial y},\\ \frac{\partial g}{\partial \varphi} &= \frac{\partial x}{\partial \varphi}\frac{\partial f(x(\rho,\varphi),y(\rho,\varphi))}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial \varphi}\frac{\partial f(x(\rho,\varphi),y(\rho,\varphi))}{\partial y},\end{aligned}$$

um das Erebnis aus (b) zu reproduzieren.

Wenn Sie noch mehr üben möchten, dann untersuchen Sie die folgende Aufgabe.

4. **[6]** Gegeben sei die skalare Funktion $f = f(x,y,z) = xyz$. Bestimmen Sie die Menge aller Punkte (x,y,z), für die $\vec{\nabla} f(x,y,z) = \vec{0}$ gilt.