

Name:

1	2	3	4	$\Sigma$

Übungsgruppe:

Bearbeitungszeit:

S. Scherer und H. C. Lange

Abgabe: 15. Dezember 2017

**Mathematische Rechenmethoden 2 (B.Ed.) WiSe 2017/2018**  
**Übung 8**

1. [12] Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x^2 + 2xy + 2xz^2 \\ x^2 \\ 2x^2z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Wegintegrale von  $\vec{x}_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  nach  $\vec{x}_b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  über die folgenden drei Wege:

(a) über den Polygonzug

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(b) über die Strecke von

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

(c) entlang der gekrümmten Kurve  $\vec{\alpha} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^{(3)}$  mit

$$\vec{\alpha}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}.$$

2. [9] Ein Auto bewegt sich auf einem Kreis in der  $(x, y)$ -Ebene um den Ursprung. Der Kreis besitze den Radius  $R = 10$  m. Welche Arbeit muss es bei einem Umlauf im mathematisch positiven Sinn (gegen den Uhrzeigersinn) verrichten, wenn das Kraftfeld

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x - y + z \\ x + y - z^2 \\ 3x - 2y + 4z \end{pmatrix} \text{ N}$$

wirkt?

3. [9] Wie groß ist der Fluss des Vektorfeldes

$$\vec{V}(\vec{x}) = \vec{x}$$

durch die Oberfläche einer Kugel mit dem Radius  $R$  um den Koordinatenursprung? Welcher Fluss ergibt sich für das Vektorfeld  $\vec{V}(\vec{x}) = f(|\vec{x}|)\vec{x}$ ?

---

Wenn Sie noch mehr üben möchten, dann untersuchen Sie die folgende Aufgabe.

4. [10] Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} xy \\ x + 2yz^2 \\ 2y^2z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie dieselben Wegintegrale wie in Aufgabe 1. Worin besteht der Unterschied zwischen den Ergebnissen aus 1. und 4.?