

Aufgabenblatt 11  
Theoretische Physik 3 : QM SS2017  
Dozent : Prof. M. Vanderhaeghen

30.06.2017

### Aufgabe 1. (40 Punkte)

In dieser ersten Übung werden wir üben, mit Hilfe von Clebsch-Gordan-Tabellen zwei Drehimpulse  $j_1$  und  $j_2$  zu koppeln.

- a) (25 p.) Notiere alle mögliche Zustände  $|JM\rangle$  in der Basis  $|j_1 m_1\rangle |j_2 m_2\rangle$  für die zusammengesetzten Systeme  $\frac{1}{2} \otimes 1$  and  $1 \otimes 1$  (Das Symbol  $\otimes$  steht für die Kopplung von zwei Drehimpulsen).
- b) (15 p.) Überprüfe explizit, dass die Zerlegungen der Zustände  $|\frac{5}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$  in der Basis  $|\frac{1}{2} m_1\rangle |1 m_2\rangle |1 m_3\rangle$  die man für  $(\frac{1}{2} \otimes 1) \otimes 1$  und  $\frac{1}{2} \otimes (1 \otimes 1)$  erhält, die gleichen sind.

### Aufgabe 2. (30 Punkte)

Nimm ein allgemeinen Spin-1/2 Zustand (also mit  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ )

$$\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

- a) (10 p.) Zeige, dass es immer eine Raumrichtung  $\vec{n} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$  gibt, in der  $\chi$  der Eigenzustand der Spin-Komponente entlang dieser Richtung ist.  $S_{\vec{n}} = \vec{n} \cdot \vec{S}$  mit Eigenwert  $\hbar/2$ .
- b) (15 p.) Drücke  $\theta$  und  $\phi$  durch  $a$  und  $b$  aus.
- c) (5 p.) Ist ein analoges Ergebnis auch für höhere Spin-Zustände zu erwarten?  
*Hinweis:* Zähle die Freiheitsgrade.

### Aufgabe 3. (30 Punkte)

- a) (15 p.) Bestimme die Spin-Matrizen  $S_x, S_y, S_z$  in der Basis  $|s, s_z\rangle$  für  $s = 1$ .
- b) (15 p.) Finde die Eigenwerte und normiere die Eigenvektoren von  $S_x$  und  $S_y$  in dieser Basis.  
*Hinweis:* Die Beziehung  $S_{\pm}|s, s_z\rangle = \hbar\sqrt{s(s+1) - s_z(s_z \pm 1)}|s, s_z \pm 1\rangle$  könnte nützlich sein.